PART4　分数式の計算

例題

(1)　次の式を計算せよ。

(i)　$\dfrac{x^2-11x+24}{x^2-6x-16}\times\dfrac{x^2+2x}{x^2-6x+9}$　　(ii)　$\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2}{x+2}$

(2)　次の式を簡単にせよ。

$$\frac{x-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}$$

Point Pickup

練習

(1)　次の式を計算せよ。

(i)　$\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x} \div \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+2x}$

(ii)　$\dfrac{3}{(x+1)(x-2)}+\dfrac{x-6}{(x-2)(x+2)}$

(2)　次の式を簡単にせよ。

$$\dfrac{x+2}{x-\dfrac{2}{x+1}}$$

第1講　PART4 確認問題

1 次の式を計算せよ。

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x} \div \frac{x^2-4x+3}{x^2-3x} = \frac{x-\boxed{ア}}{x+\boxed{イ}}$$

2 次の式を計算せよ。

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-3)} + \frac{x-6}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{\boxed{ウ}x+\boxed{エ}}{\left(x+\boxed{オ}\right)\left(x+\boxed{カ}\right)}$$

（ただし，$\boxed{オ} < \boxed{カ}$）

3 次の式を簡単にせよ。

$$\frac{x-1}{x-\dfrac{3}{x+2}} = \frac{x+\boxed{キ}}{x+\boxed{ク}}$$

[MEMO]

PART4　分数式の計算

例題

(1)　次の式を計算せよ。

(i)　$\dfrac{x^2-11x+24}{x^2-6x-16}\times\dfrac{x^2+2x}{x^2-6x+9}$　　(ii)　$\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2}{x+2}$

(2)　次の式を簡単にせよ。

$$\frac{x-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}$$

(1) (i)　$\dfrac{x^2-11x+24}{x^2-6x-16}\times\dfrac{x^2+2x}{x^2-6x+9}=\dfrac{(x-3)(x-8)}{(x+2)(x-8)}\times\dfrac{x(x+2)}{(x-3)^2}=\dfrac{x}{x-3}$

(ii)　$\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2}{x+2}=\dfrac{x(x+2)-2(x+1)}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{x^2-2}{(x+1)(x+2)}$

(2)　$\dfrac{x-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\times x}{\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\times x}=\dfrac{x^2-1}{x-1}=\dfrac{(x+1)(x-1)}{x-1}=x+1$

練習

(1)　次の式を計算せよ。

(i)　$\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x} \div \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+2x}$　　(ii)　$\dfrac{3}{(x+1)(x-2)}+\dfrac{x-6}{(x-2)(x+2)}$

(2)　次の式を簡単にせよ。

$$\dfrac{x+2}{x-\dfrac{2}{x+1}}$$

(1) (i)

$$\frac{x^2+x-6}{x^2-x} \div \frac{x^2+5x+6}{x^2+2x} = \frac{x^2+x-6}{x^2-x} \times \frac{x^2+2x}{x^2+5x+6} = \frac{(x-2)(x+3)}{x(x-1)} \times \frac{x(x+2)}{(x+2)(x+3)}$$

$$= \frac{x-2}{x-1}$$

(ii)

$$\frac{3}{(x+1)(x-2)}+\frac{x-6}{(x-2)(x+2)} = \frac{3(x+2)+(x-6)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-2x}{(x+1)(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{x(x-2)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x}{(x+1)(x+2)}$$

(2)

$$\frac{x+2}{x-\dfrac{2}{x+1}} = \frac{(x+2)\times(x+1)}{\left(x-\dfrac{2}{x+1}\right)\times(x+1)} = \frac{(x+2)(x+1)}{x(x+1)-2} = \frac{(x+2)(x+1)}{x^2+x-2}$$

$$= \frac{(x+2)(x+1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

第 1 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：3

[解説]

$$\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x}\div\frac{x^2-4x+3}{x^2-3x}$$

$$=\frac{x^2-3x+2}{x^2+3x}\times\frac{x^2-3x}{x^2-4x+3}$$ [A]

$$=\frac{(x-1)(x-2)}{x(x+3)}\times\frac{x(x-3)}{(x-1)(x-3)}$$ [B]

$$=\boldsymbol{\frac{x-2}{x+3}}$$

[A]　分数式の除法
$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

[B]　それぞれの分数の分母，分子を「因数分解」できないか確かめる。
それにより共通因数を見つけ，約分を行う。

2

[正解] ウ：2，エ：3，オ：1，カ：3

[解説]

$$\frac{x-1}{(x+1)(x-3)}+\frac{x-6}{(x-3)(x+3)}$$

$$=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)(x-3)(x+3)}+\frac{(x-6)(x+1)}{(x+1)(x-3)(x+3)}$$ [C]

$$=\frac{(x-1)(x+3)+(x-6)(x+1)}{(x+1)(x-3)(x+3)}$$ [D]

$$=\frac{2x^2-3x-9}{(x+1)(x-3)(x+3)}$$

$$=\frac{(2x+3)(x-3)}{(x+1)(x-3)(x+3)}$$

$$=\boldsymbol{\frac{2x+3}{(x+1)(x+3)}}$$

[C]　分母が異なる分数式の加法，減法は，各分数式の分母と分子に適当な多項式を掛けて，分母を同じ多項式にしてから行う。

[D]　分数式の加法
$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}$$

3 **[正解]** キ：2，ク：3

[解説]

$$\frac{x-1}{x-\dfrac{3}{x+2}}=\frac{(x-1)\times(x+2)}{\left(x-\dfrac{3}{x+2}\right)\times(x+2)}$$ [E]

$$=\frac{(x-1)(x+2)}{x(x+2)-3}$$

$$=\frac{(x-1)(x+2)}{x^2+2x-3}$$

$$=\frac{(x-1)(x+2)}{(x+3)(x-1)}=\boldsymbol{\frac{x+2}{x+3}}$$

[E]　分数式 $\dfrac{A}{B}$ が繁分数式のとき，以下のいずれかの方法で計算するとよい。

・$\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ のように，分母と分子に同じ多項式を掛ける。

・$\dfrac{A}{B}=A\div B$ のように，割り算の形に直す。